

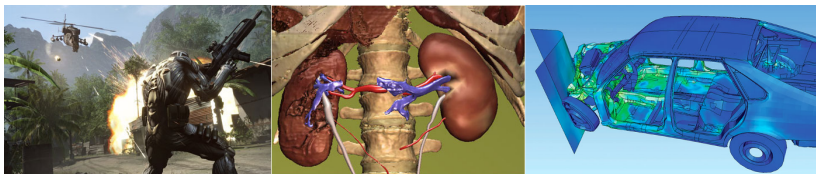
Modélisation 3D

4ETI IMI, CPE Lyon

Synthèse d'images : Domaines d'applications

- Loisir, Graphique (Entertainment) : Cinéma, Jeux vidéos, Communication,
- Calcul : Engineering, médical, ...
- CAO (CAD) : Conception, prototypage, ...

Interactions entre les domaines !



© Crysis, Sofa

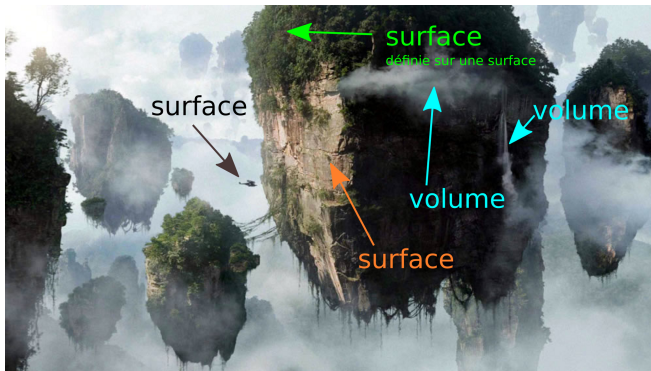
Modélisation : But du cours

- Comment modélise t'on un objet 3D, inventaire ?
- Quel modèle pour quelle application ?



■ Comment modéliser un objet 3D ?

- 1 Surface uniquement ou volume ?
- 2 Comment l'encode t'on ?



Les modèles virtuels 3D

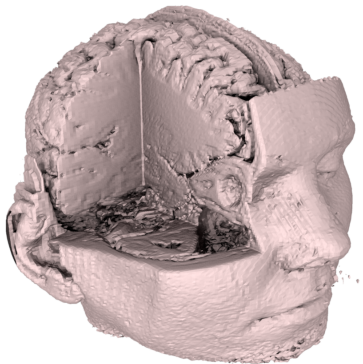
Quels sont les objets virtuels ?



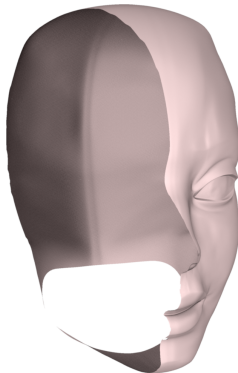
© Day After Tomorrow, © Lord of the Rings, © Titanic

Modélisation d'un objet 3D

■ Modélisation volumique



■ Modélisation surfacique



Représentation de surfaces

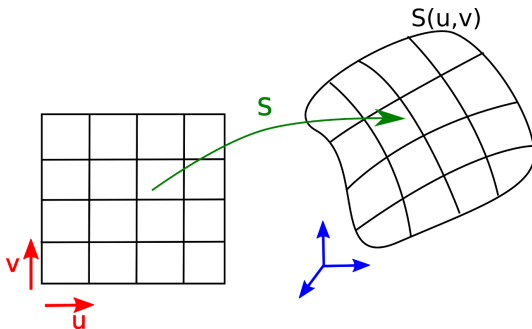
- Explicite
 - BRep : Boundary Representation
 - Maillage
 - Paramétrique
 - Subdivision
 - CSG : Constructive Solide Geometry
- Implicite
 - Voxels
 - Paramétrique
 - Squelettes
 - Analytiques
 - Points-sets
 - MLS
 - Surfels
- Fractales

Explicite BREP

- ⇒ Maillage
 - . Paramétrique
 - . Subdivision

- Explicitement $\simeq$ paramétriquement :

$$S: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S(u, v) = (S_x(u, v), S_y(u, v), S_z(u, v)) \end{cases}$$



- S =mapping $\neq$ Surface Γ =trace de S dans $\mathbb{R}^3$
- Brep $\simeq$ Estimation de S .

Maillage (triangulaire)

- Maillage triangulaire = BRep le plus simple.
- On ne connaît pas S : On l'estime localement de manière discrète

$$S = \bigcup_i S_i$$

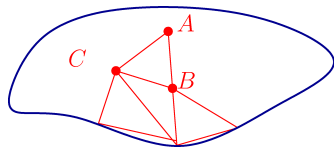
- Mapping le plus simple : Linéaire

$$S_i : \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S_i(u, v) = u \overrightarrow{AB} + v \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA} \end{cases}$$

$$\mathcal{D} : (u, v) \in [0, 1]^2, 0 \leq u + v \leq 1$$

Propriétés :

- S est globalement $\mathcal{C}^0$.
- S n'est jamais $\mathcal{C}^1$ (sauf plan).
- Peut interpoler n'importe quel ensemble discret de points.



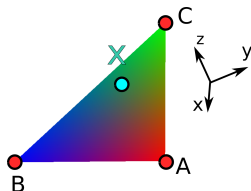
Coordonnées barycentriques

$$(u, v) \mapsto S_i(u, v) = u \overrightarrow{AB} + v \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA}$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \mapsto S'_i(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

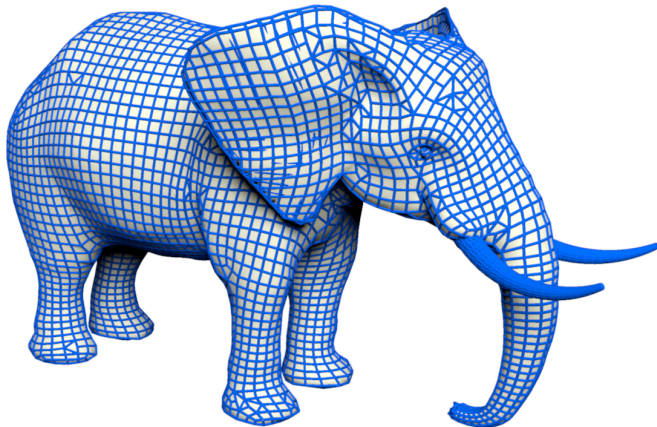
$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 1]^3$$

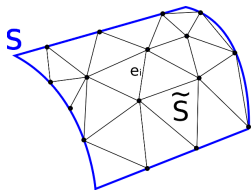


Maillage

- Cas spéciale : Un maillage peut contenir des polygones de N sommets ($N \geq 3$).
- V\'eritable polygone : N sommets coplanaires. Sinon on triangle.



Maillage : Approximation



- S : Vraie surface différentiable.
- $\mathcal{T}_S$: Surface triangulée

$$\|S - \mathcal{T}_S\| = h|\kappa_{\max}| \quad (\simeq h\|S''\|)$$

Approximation linéaire (ordre 1).

- $h = K \max_i e_i$.

$$\Rightarrow \|S - \mathcal{T}_S\| = \mathcal{O}\left(\max_i e_i |\kappa_{\max}|\right)$$

Maillage (Volume)

- Pour un volume :
élément linéaire = tétraèdre

$$\mathbf{x} = u(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) + v(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) + w(\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_0$$

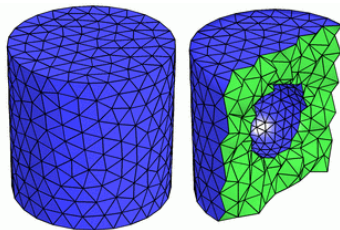
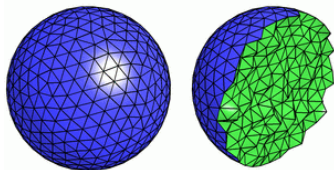
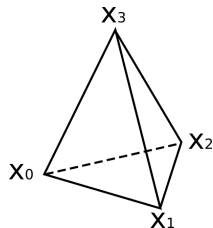
$$0 < u + v + w < 1$$

$$(u, v, w) \in [0, 1]^3$$

$$\mathbf{x} = \alpha \mathbf{x}_0 + \beta \mathbf{x}_1 + \gamma \mathbf{x}_2 + \delta \mathbf{x}_3$$

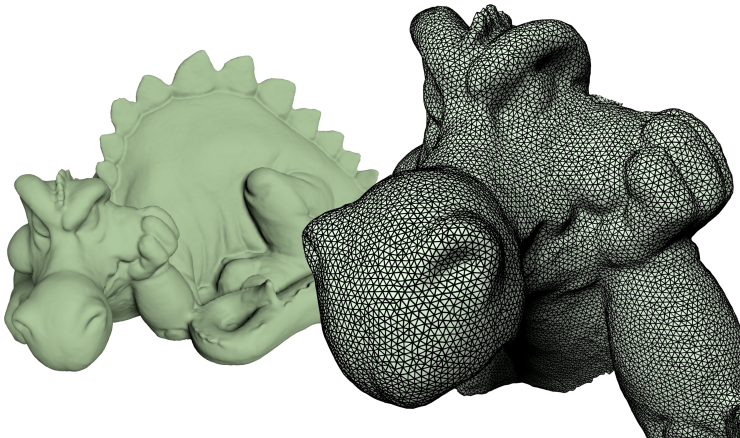
$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 1]^3$$



Maillage, conclusion

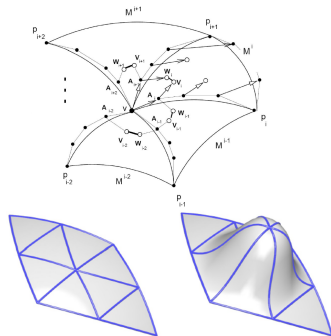
- + Le plus simple
- + Le plus polyvalent
- + Le plus répandu
- + Rendu
- La moins bonne approximation



Explicite BREP

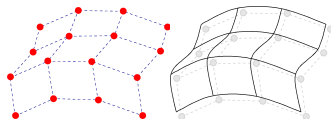
- . Maillage
- ⇒ Paramétrique
- . Subdivision

- Paramétrique = Ordre > 1
- Idée 1
 - Information de dérivées (triangles courbes)
 - Problème : Information non disponible.
 - ⇒ Peu utilisé.



[Yvart, Hahmann 01-04]

- Idée 2
 - Ajouter des sommets (patchs non triangulaires)
 - Problème : Structure des patchs.
 - Cas classique : Patchs rectangulaires uv .
 - ⇒ Très utilisé.

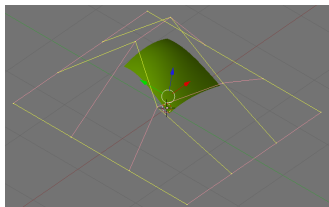


Paramétrique : Patch Splines

- Patch (4 x 4), fonctions bi-cubiques.
- ⇒ Surface paramétrique $\mathcal{C}^2$: Courbure continue.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_i(u) b_j(v) P_{ij}$$

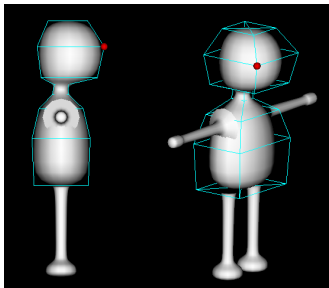
(surface produit tensoriel)



Cas particulier (vecteur de noeud uniforme)

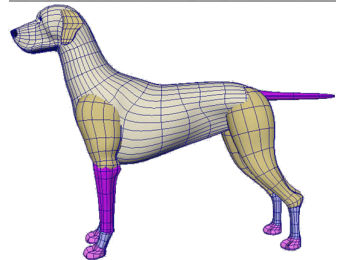
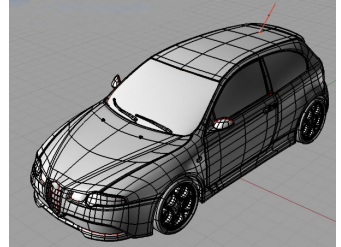
$$S(u, v) = (u^3 u^2 u \ 1) M [P_{ij}] M^T (v^3 v^2 v \ 1)^T$$

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Paramétrique, conclusion

- + Surface lisse (CAO).
- Structure par patches
 - modélisation manuelle
 - technique
 - jonctions



Surface de subdivisions

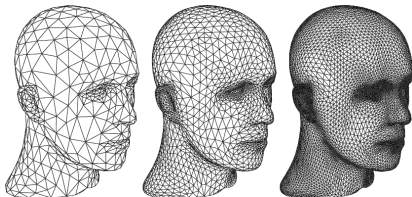
⇒ Réponse au problème :

- + Surface lisse
- + controle local
- + structure quelconque.

■ Courbes de subdivisions (principe : mask 1D)


$$\begin{pmatrix} x_n^{2k} \\ x_n^{2k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1}^k \\ x_{n-1}^{k+1} \end{pmatrix}$$

■ Généralisation pour des maillages (principe : mask 2D)



Explicite BREP

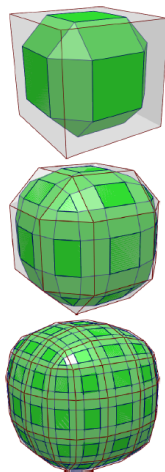
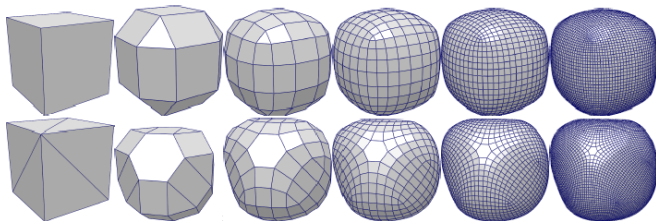
- . Maillage
- . Paramétrique
- ⇒ Subdivision

Surface de subdivisions

- étape 0 : Polygone de contrôle P^0 .
- étape 1 : Subdivision $P^0 = P^1$.
- ⋮
- étape i : Subdivision $P^{i-1} = P^i$.
- ⋮

Surface finale $S = \lim_{i \rightarrow \infty} P^i$.

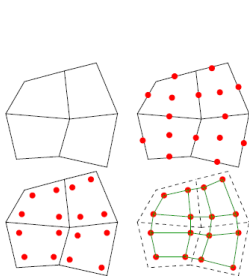
Il est possible d'avoir $S \mathcal{C}^2$ presque partout.



Surface de subdivisions

■ Schémas de subdivisions :

- **Loop** : triangles, C^2 pp, approximation.
- **Catmull Clark** : quads, C^2 pp, approximation.
- **Doo-Sabin** (corner cutting) : quads, C^2 pp, approximation.
- **Butterfly** : triangles, C^1 pp, interpolation.
- $\sqrt{3}$ -**Kobbelt** : triangles, C^2 pp, approximation.

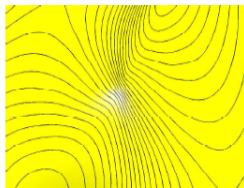
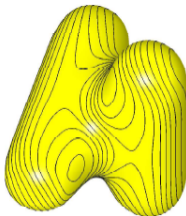
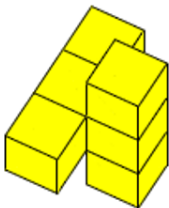
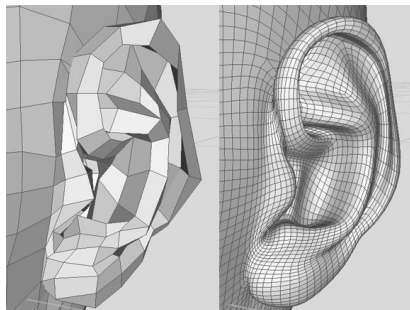


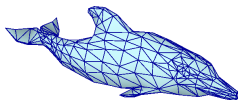
© Pixar, Geri's Game

D. Zorin, P. Schroder. **Subdivision for Modeling and Animation.** ACM SIGGRAPH Course Notes. 1999.

Surface de subdivisions : Conclusion

- + Structure quelconque.
- + Surface lisse.
- Contrôle de l'aspect.
- Sommets extraordinaires.

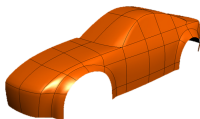




Maillage

- + Simple
- + Générique
- + génération automatique
- Non derivabilité
- *Mauvaise* approximation
- Manipulation

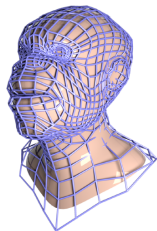
⇒ Graphique, Calcul.
Maya, 3DStudio,
Blender, ...



Paramétrique

- + Continuité
- + Informations de la paramétrisation
- Technique (modèle mathématique)
- Structure patches
- Génération manuelle nécessaire

⇒ CAD, (Graphique).
Rhino, Catia, ...



Subdivision

- + Apparence lisse
- +/- Pas de patches, sommets extraordinaires
- Pas/peu infos sur surface subdivisée

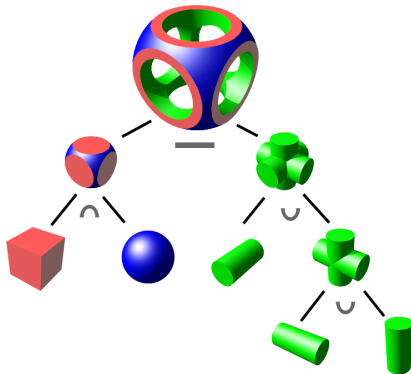
⇒ Graphique, (CAD).

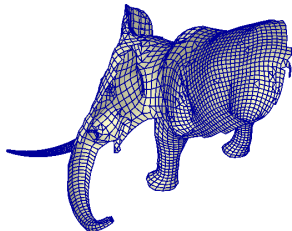
Explicite CSG

CSG : Constructive Solid Geometry

- CGS = Assemblage de primitives par opérations Booléennes.

- Solide : intérieur/extérieur.
- Modéliser une chaîne d'assemblage
 - ⇒ CAO : Solid Works, AutoCAD, Catia, (PovRay), ...

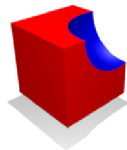
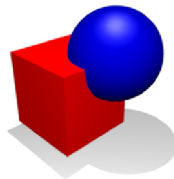




Brep

- + Modéliser objets complexes
- Approximation
- Surface uniquement
- Dépendance à la discrétisation

⇒ Surfaces quelconques discrètes : Graphique, Calcul et CAO.



CSG

- + Exacte
- + Méthode constructive
- Possibilitée limitées
- Lourd pour objets complexes
- Construction non unique

⇒ Objets *simples* exactes : CAO.

Implicite

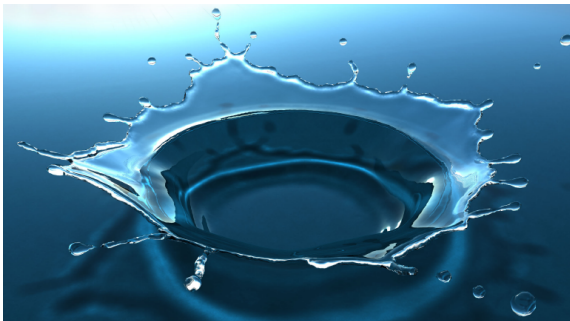
Implicite

- Problème : Modification de topologie.
- ⇒ Représentation implicite.

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(x, y, z) = a\} = \phi^{-1}(a)$$

Rappel :

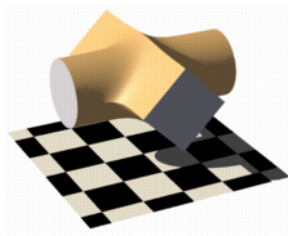
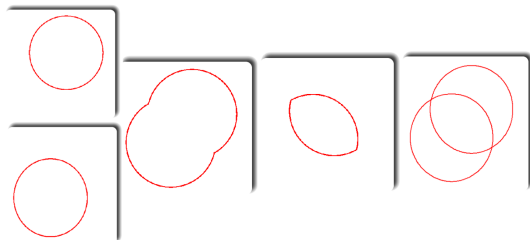
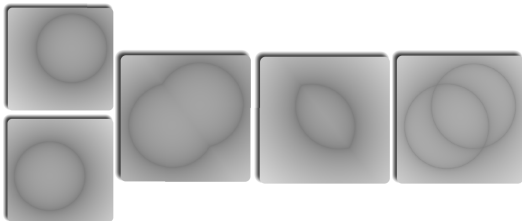
- Soit $\mathbf{x}_0 = S(u, v)$. Normale $n(u_0, v_0) = \nabla \phi(\mathbf{x}_0)$.



[Thuereu, Wojtan, Gross, Turk, SIGGRAPH 2010]

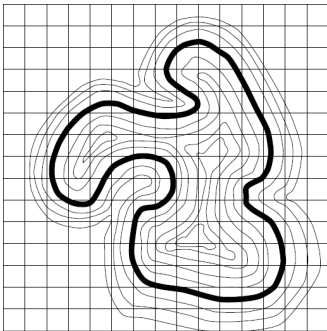
Ex. Fonction de distance :

- Opérateurs de mélange (blending).



Povray

Comment encode t'on le potentiel ?

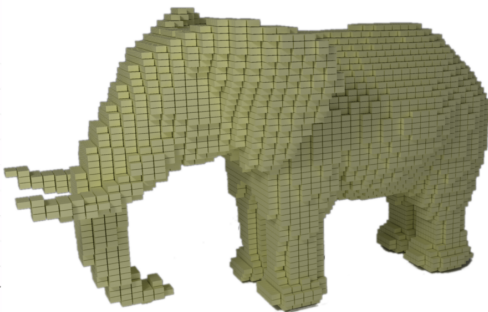
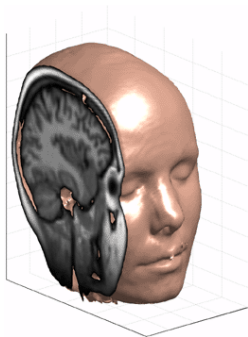


[Sethian]

Implicite : Voxels

- On discrétise l'espace en voxels.
- On stocke dans une grille $\phi(k_0, k_1, k_2)$.
- Accès par interpolation (linéaire, spline, ...)
 - + Général
 - Mémoire (ex. 1024^3 voxels : 8Go)

Imagerie scanner 3D (médical, mécanique, ...)



■ Squelettes

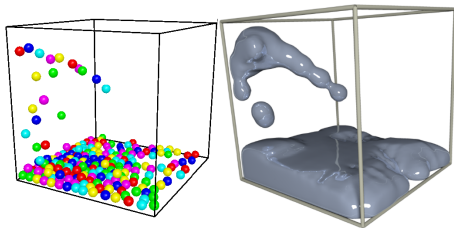
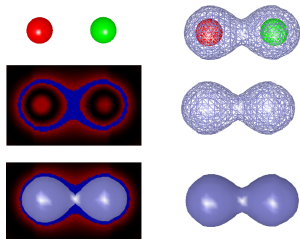
- Blobs $\phi_i = e^{-a\|x-x_i\|^2}$
- Metaballs $\phi_i = \sum_k a_k \|x - x_i\|^k$
- Convolution $\phi_i = \int \omega(y) h(\|x - y\|) dy$

Contrôle directe, méthode manuelle

⇒ Graphique.



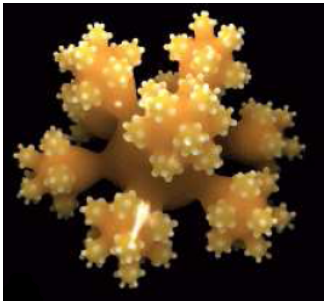
[Sherstyuk, 98-99]



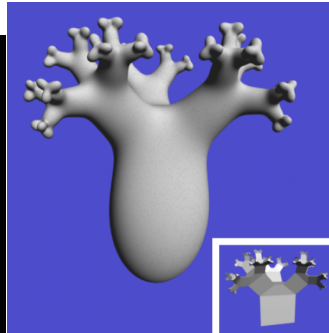
Implicite : Paramétriques

- Analytique
 - Splines
 - RBF

Nécessite une minimisation, pas de contrôle direct $\Rightarrow$ Médical.



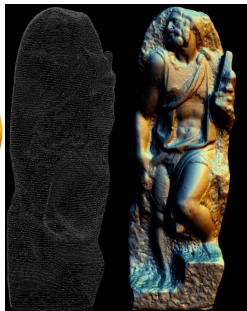
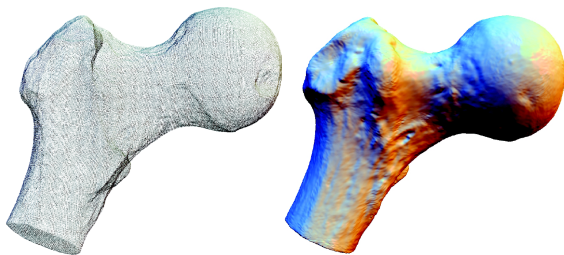
[Sherstyuk, 98]



[Turk, O'Brien, SIGGRAPH 02]

Point-sets = On ne traite en entrée que des positions discrètes de l'espace p_i (et des normales).

⇒ Données scanners.



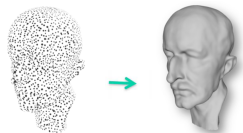
[Boubekeur]

Implicite : Point-sets

Moving Least Squares (MLS) :

- But : Trouver f fonction lisse tel que

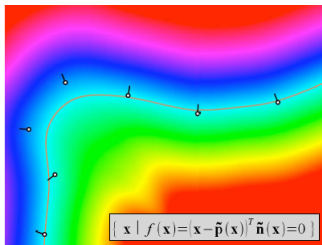
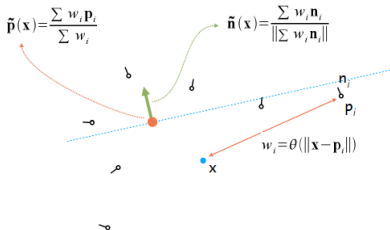
$$f = \operatorname{argmin} \left(\sum_i \psi(\|p_i - x\|) (f(p_i) - f(x))^2 \right)$$



- + Fonctions lisses approximantes
- Minimisation

[Gross]

Application : Données bruitées.

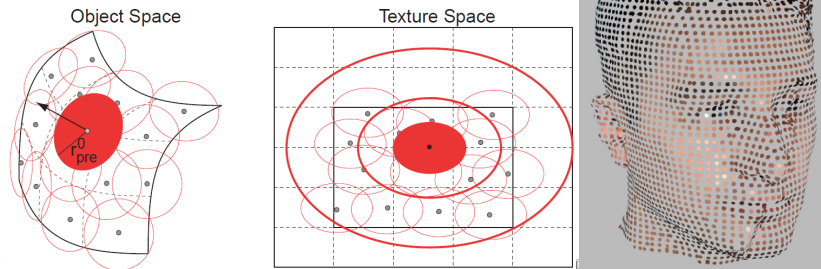


[Alexa]

Surfels

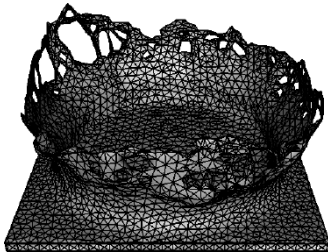
- But : Afficher une surface continue à partir de morceaux simples
- + Affichage rapide
- Pas de surface sous-jacente

Application : Grande masse de données.

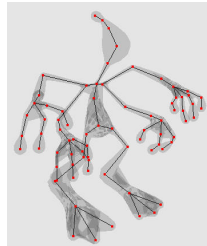


Implicite vs Explicite

- + Topologie arbitraire
- + Mélange de formes
- Manipulation
- Cout en mémoire
- Rendu + cout en temps
- Détails



[Broshu, Batty, Bridson, SCA 09]

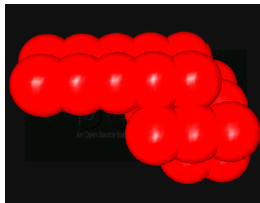
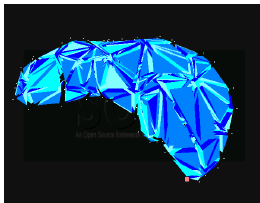
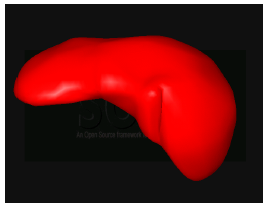
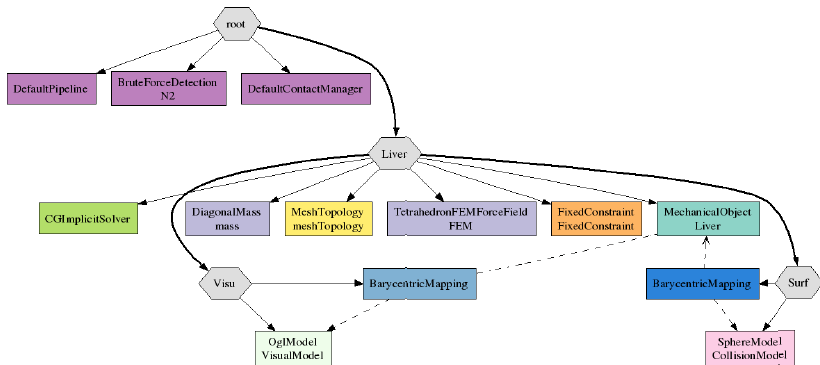


Hornus, Angelidis, Cani, Vis. Comp. 03



[Ohtake, Belyaev, Alexa, Turk, Seidel, SIGGRAPH 03]

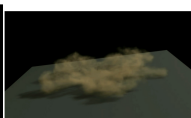
Interactions



Fractales

- Principe : Déformations reccursives convergeant vers un objet complexe.
- Utilitée : Modélisation d'**objet complexes** à partir de **règles simples** et peu nombreuses.

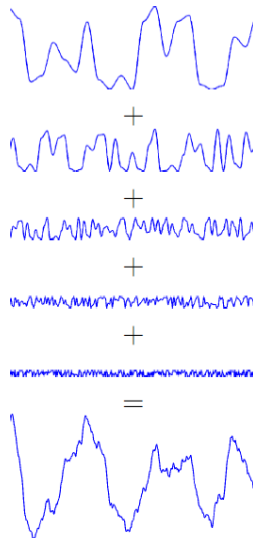
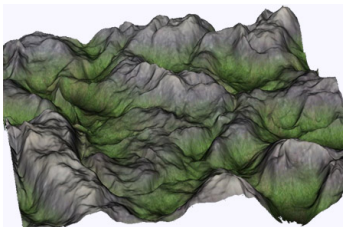
Application : Graphique (modélisation procédurale).



ex. Bruit de Perlin.

$$f(x) = \sum_{k=0}^N \frac{f(a^k x)}{b_k}$$

- N : octaves
- a : fréquence
- 1/b : persistance

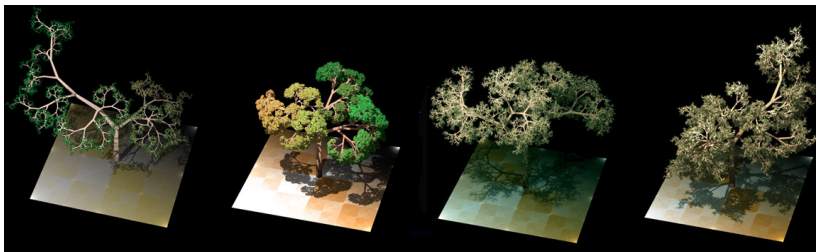
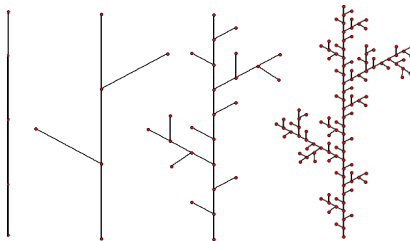


Fractales

ex. L-System.

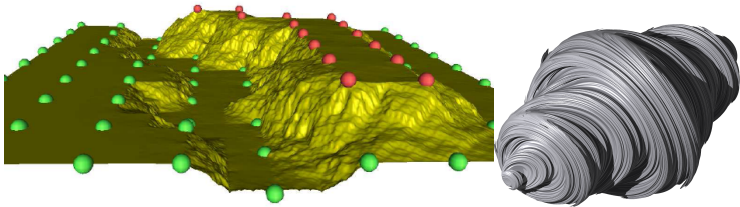
Grammaire :

$F[+F]F[-F]F, \theta = 60^\circ$

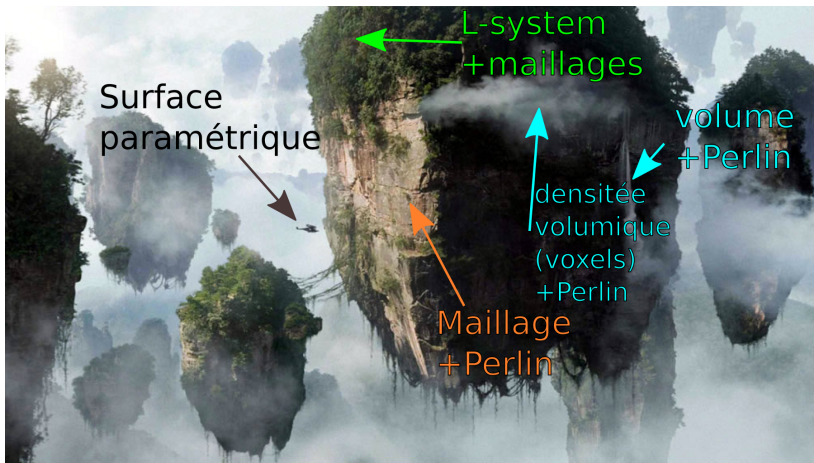


Fractales : Conclusion

- + Objets complexes à partir de règles simples
- + Aspect naturel
- Contrôle



[Hnaidi, Guérin, Akkouche, Fractals 10]



© Avatar