

Modélisation 3D

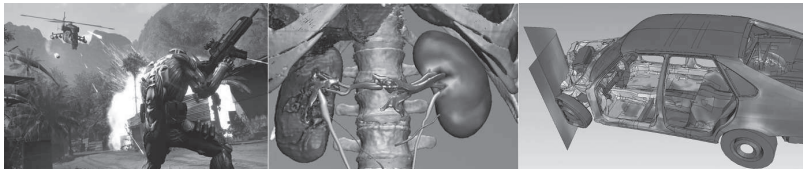
4ETI IMI, CPE Lyon

Modélisation 3D

Synthèse d'images : Domaines d'applications

- Loisir, Graphique (Entertainment) : Cinéma, Jeux vidéos, Communication, ...
- Calcul : Engineering, médical, ...
- CAO (CAD) : Conception, prototypage, ...

Interactions entre les domaines !



© Crysis, Sofa

Modélisation 3D

Modélisation : But du cours

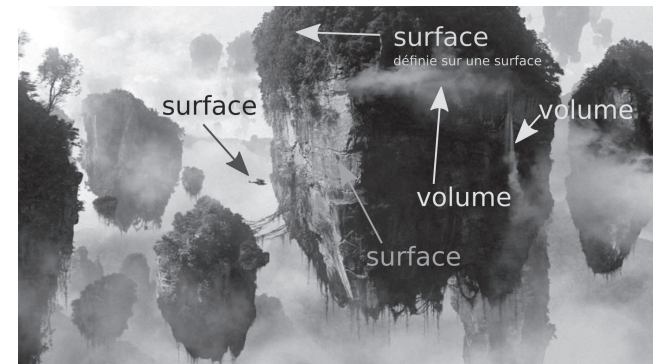
- Comment modélise t'on un objet 3D, inventaire ?
- Quel modèle pour quelle application ?



Modélisation 3D

Modélisation

- Comment modéliser un objet 3D ?
 - 1 Surface uniquement ou volume ?
 - 2 Comment l'encode t'on ?



© Avatar

Modélisation 3D

Les modèles virtuels 3D

Quels sont les objets virtuels ?



© Day After Tomorrow, © Lord of the Rings, © Titanic

Modélisation 3D

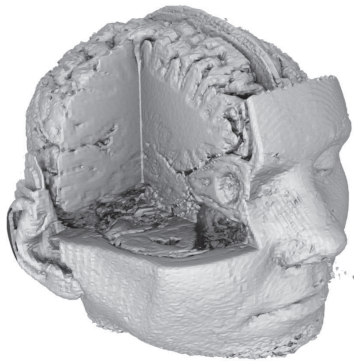
Représentation de surfaces

- Explicite
 - BRep : Boundary Representation
 - Maillage
 - Paramétrique
 - Subdivision
 - CSG : Constructive Solide Geometry
- Implicite
 - Voxels
 - Paramétrique
 - Squelettes
 - Analytiques
 - Points-sets
 - MLS
 - Surfels
- Fractales

Modélisation 3D

Modélisation d'un objet 3D

■ Modélisation volumique



■ Modélisation surfacique



Modélisation 3D

Modélisation Plan

**Explicite
BREP**

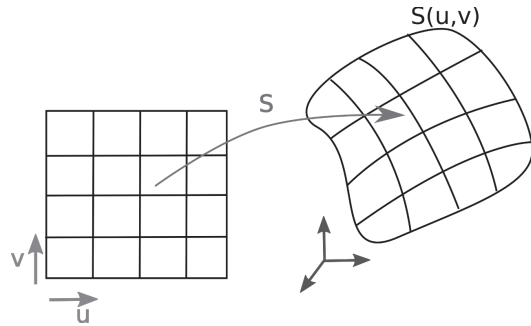
- ⇒ Maillage
- . Paramétrique
- . Subdivision

Modélisation 3D

BRep

- Explicitement $\simeq$ paramétriquement :

$$S: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) \mapsto S(u, v) = (S_x(u, v), S_y(u, v), S_z(u, v)) \end{cases}$$



- $S = \text{mapping} \neq \text{Surface } \Gamma = \text{trace de } S \text{ dans } \mathbb{R}^3$
- Brep $\simeq$ Estimation de S .

Modélisation 3D

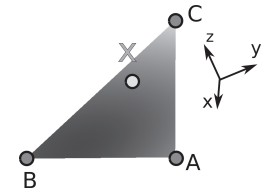
Coordonnées barycentriques

$$(u, v) \mapsto S_i(u, v) = u \vec{AB} + v \vec{AC} + \vec{OA}$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \mapsto S'_i(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 1]^3$$



Modélisation 3D

Maillage (triangulaire)

- Maillage triangulaire = BRep le plus simple.
- On ne connaît pas S : On l'estime localement de manière discrète

$$S = \bigcup_i S_i$$

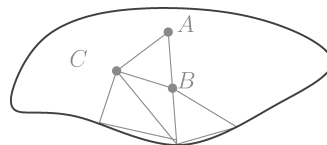
- Mapping le plus simple : Linéaire

$$S_i: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) \mapsto S_i(u, v) = u \vec{AB} + v \vec{AC} + \vec{OA} \end{cases}$$

$$\mathcal{D}: (u, v) \in [0, 1]^2, 0 \leq u + v \leq 1$$

Propriétés :

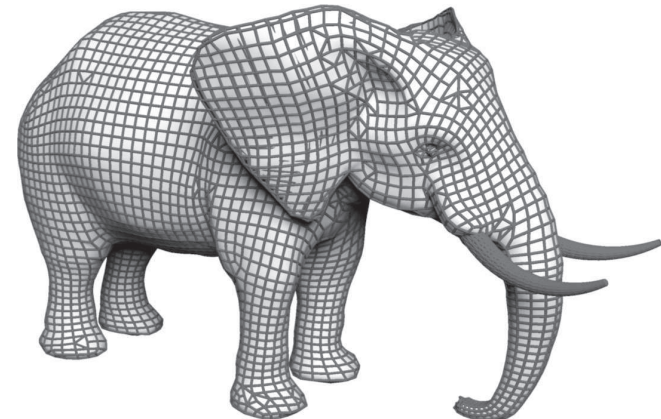
- S est globalement $\mathcal{C}^0$.
- S n'est jamais $\mathcal{C}^1$ (sauf plan).
- Peut interpoler n'importe quel ensemble discret de points.



Modélisation 3D

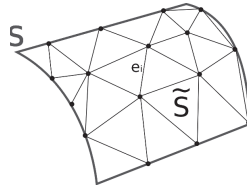
Maillage

- Cas spéciale : Un maillage peut contenir des polygones de N sommets ($N \geq 3$).
- V véritable polygone : N sommets coplanaires. Sinon on triangule.



Modélisation 3D

Maillage : Approximation



■ S : Vraie surface différentiable.

■ T_S : Surface triangulée

$$\|S - T_S\| = h|\kappa_{\max}| \quad (\simeq h\|S''\|)$$

Approximation linéaire (ordre 1).

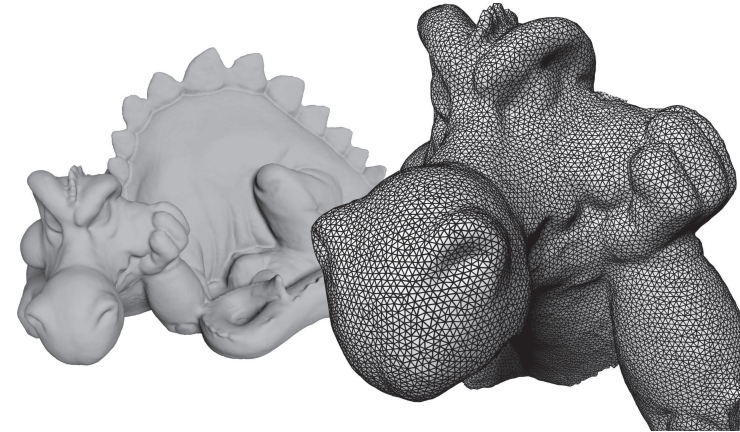
■ $h = K \max_i e_i$.

$$\Rightarrow \|S - T_S\| = \mathcal{O}\left(\max_i e_i |\kappa_{\max}|\right)$$

Modélisation 3D

Maillage, conclusion

- + Le plus simple
- + Le plus polyvalent
- + Le plus répandu
- + Rendu
- La moins bonne approximation



Modélisation 3D

Maillage (Volume)

■ Pour un volume :
élément linéaire = tétraèdre

$$\mathbf{x} = u(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) + v(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) + w(\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_0$$

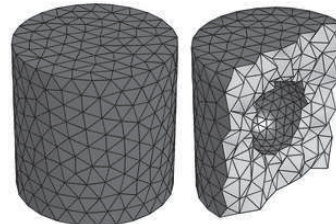
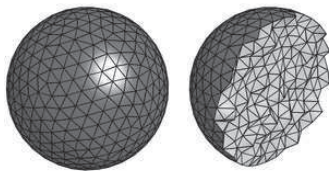
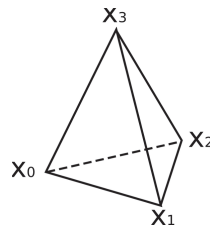
$$0 < u + v + w < 1$$

$$(u, v, w) \in [0, 1]^3$$

$$\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x}_0 + \beta\mathbf{x}_1 + \gamma\mathbf{x}_2 + \delta\mathbf{x}_3$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 1]^3$$



Modélisation 3D

Modélisation Plan

**Explicite
BREP**

- . Maillage
- ⇒ Paramétrique
- . Subdivision

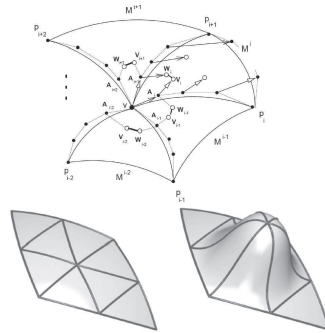
Modélisation 3D

Paramétrique

- Paramétrique = Ordre > 1

■ Idée 1

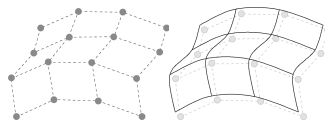
- Information de dérivées (triangles courbes)
- Problème : Information non disponible.
- ⇒ Peu utilisé.



[Yvart, Hahmann 01-04]

■ Idée 2

- Ajouter des sommets (patches non triangulaires)
- Problème : Structure des patches.
- Cas classique : Patches rectangulaires uv .
- ⇒ Très utilisé.



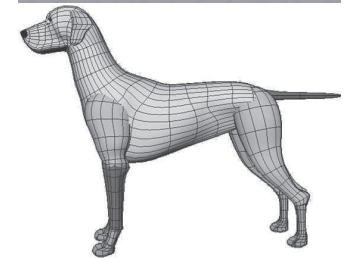
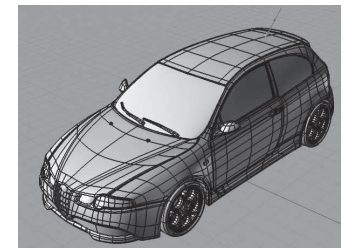
Modélisation 3D

Paramétrique, conclusion

- + Surface lisse (CAO).

- Structure par patches

- modélisation manuelle
- technique
- jonctions



Modélisation 3D

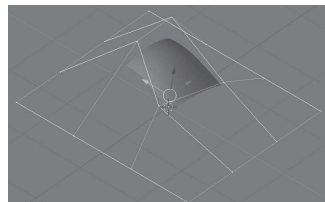
Paramétrique : Patch Splines

- Patch (4 x 4), fonctions bi-cubiques.

⇒ Surface paramétrique C^2 : Courbure continue.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_i(u) b_j(v) P_{ij}$$

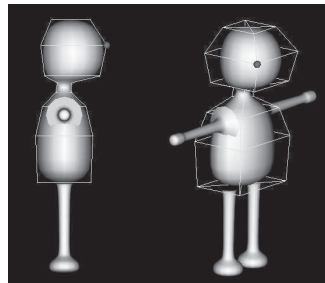
(surface produit tensoriel)



Cas particulier (vecteur de noeud uniforme)

$$S(u, v) = (u^3 u^2 u \ 1) M [P_{ij}] M^T (v^3 v^2 v \ 1)^T$$

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Modélisation 3D

Surface de subdivisions

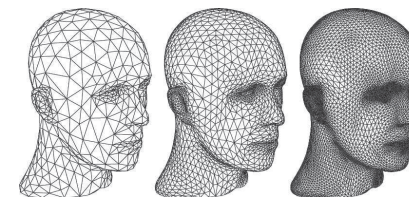
⇒ Réponse au problème :

- + Surface lisse
- + contrôle local
- + structure quelconque.

- Courbes de subdivisions (principe : mask 1D)

$$\begin{pmatrix} x_n^{2k} \\ x_n^{2k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1}^k \\ x_{n-1}^{k+1} \end{pmatrix}$$

- Généralisation pour des maillages (principe : mask 2D)



[Zorin, Schroeder, SIGGRAPH Course Notes 99]

Modélisation 3D

Modélisation Plan

Explicite BREP

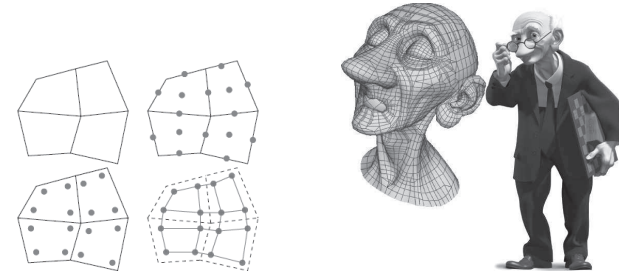
- . Maillage
- . Paramétrique
- ⇒ Subdivision

Modélisation 3D

Surface de subdivisions

■ Schémas de subdivisions :

- **Loop** : triangles, C^2 pp, approximation.
- **Catmull Clark** : quads, C^2 pp, approximation.
- **Doo-Sabin** (corner cutting) : quads, C^2 pp, approximation.
- **Butterfly** : triangles, C^1 pp, interpolation.
- $\sqrt{3}$ -Kobbelt : triangles, C^2 pp, approximation.



© Pixar, Geri's Game

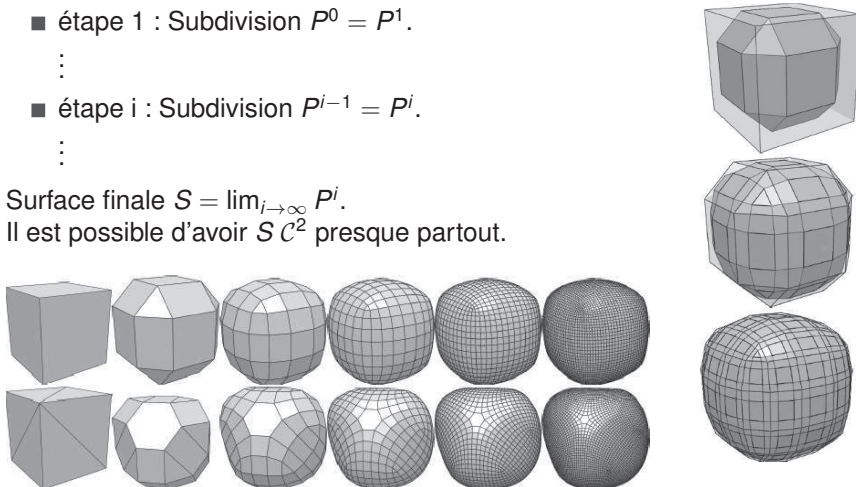
D. Zorin, P. Schroder. **Subdivision for Modeling and Animation.** ACM SIGGRAPH Course Notes. 1999.

Modélisation 3D

Surface de subdivisions

- étape 0 : Polygone de contrôle P^0 .
- étape 1 : Subdivision $P^0 = P^1$.
- ⋮
- étape i : Subdivision $P^{i-1} = P^i$.
- ⋮

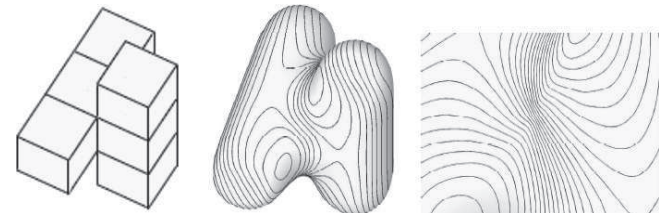
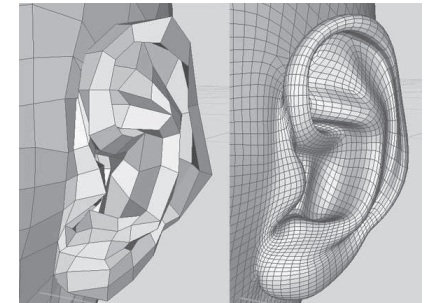
Surface finale $S = \lim_{i \rightarrow \infty} P^i$.
Il est possible d'avoir $S \in C^2$ presque partout.



Modélisation 3D

Surface de subdivisions : Conclusion

- + Structure quelconque.
- + Surface lisse.
- Contrôle de l'aspect.
- Sommets extraordinaires.



[Levin, SIGGRAPH 06]

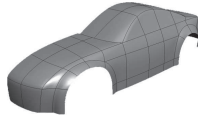
Modélisation 3D

Brep : Comparaison



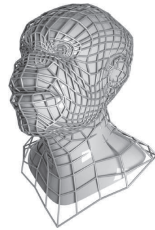
Maillage

- + Simple
 - + Générique
 - + génération automatique
 - Non derivabilité
 - *Mauvaise* approximation
 - Manipulation
- ⇒ Graphique, Calcul.
Maya, 3DStudio, Blender, ...



Paramétrique

- + Continuité
 - + Informations de la paramétrisation
 - Technique (modèle mathématique)
 - Structure patches
 - Génération manuelle nécessaire
- ⇒ CAD, (Graphique).
Rhino, Catia, ...



Subdivision

- + Apparence lisse
 - +/- Pas de patches, sommets extraordinaires
 - Pas/peu infos sur surface subdivisée
- ⇒ Graphique, (CAD).

Modélisation 3D

Modélisation Plan

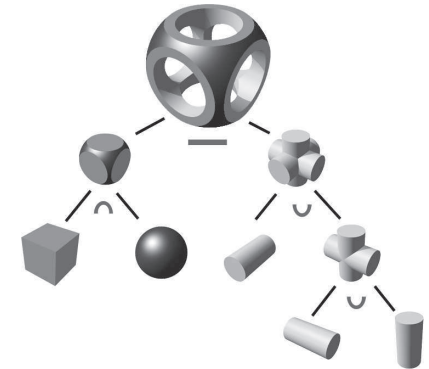
**Explicite
CSG**

Modélisation 3D

CSG : Constructive Solid Geometry

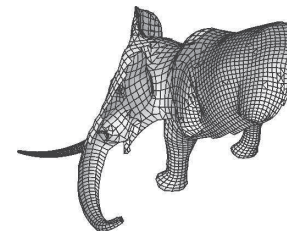
- CGS = Assemblage de primitives par opérations Booléennes.

- Solide : intérieur/extérieur.
- Modéliser une chaîne d'assemblage
 - ⇒ CAO : Solid Works, AutoCAD, Catia, (PovRay), ...



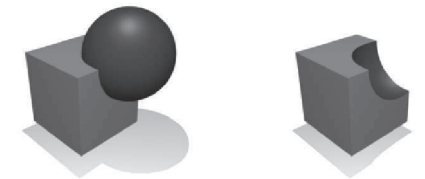
Modélisation 3D

Brep vs CSG



Brep

- + Modéliser objets complexes
 - Approximation
 - Surface uniquement
 - Dependance à la discretisation
- ⇒ Surfaces quelconques discrètes : Graphique, Calcul et CAO.



CSG

- + Exacte
 - + Méthode constructive
 - Possibilitée limitées
 - Lourd pour objets complexes
 - Construction non unique
- ⇒ Objets *simples* exactes : CAO.

Modélisation 3D

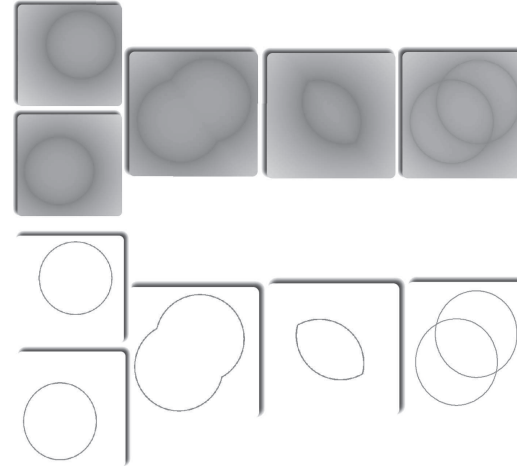
Implicite

Modélisation 3D

Implicite

Ex. Fonction de distance :

- Opérateurs de mélange (blending).



Povray

Modélisation 3D

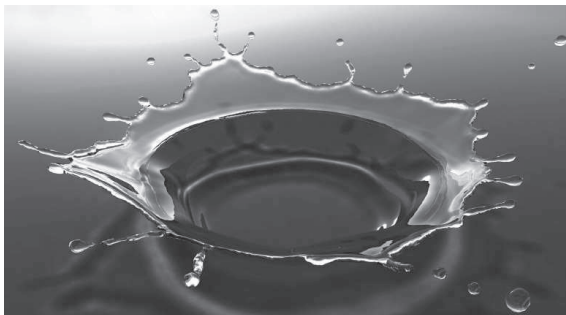
Implicite

- Problème : Modification de topologie.
- ⇒ Représentation implicite.

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(x, y, z) = a\} = \phi^{-1}(a)$$

Rappel :

- Soit $\mathbf{x}_0 = S(u, v)$. Normale $n(u_0, v_0) = \nabla \phi(\mathbf{x}_0)$.

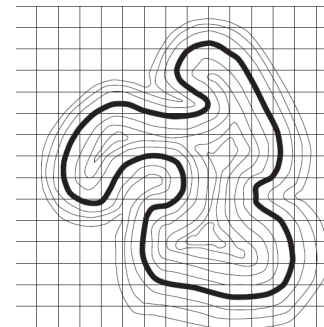


[Thuereu, Wojtan, Gross, Turk, SIGGRAPH 2010]

Modélisation 3D

Implicite

Comment encode t'on le potentiel ?



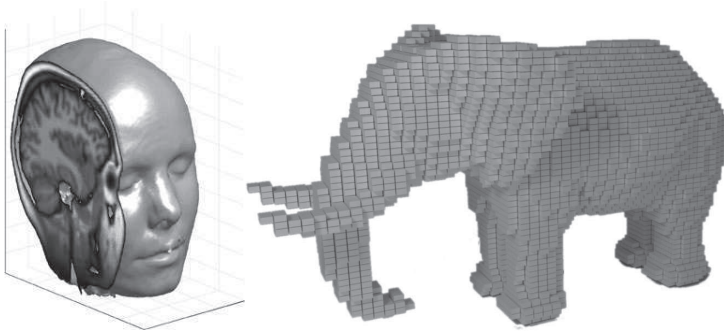
[Sethian]

Modélisation 3D

Implicite : Voxels

- On discrétise l'espace en voxels.
- On stocke dans une grille $\phi(k_0, k_1, k_2)$.
- Accès par interpolation (linéaire, spline, ...)
 - + Général
 - Mémoire (ex. 1024^3 voxels : 8Go)

Imagerie scanner 3D (médical, mécanique, ...)



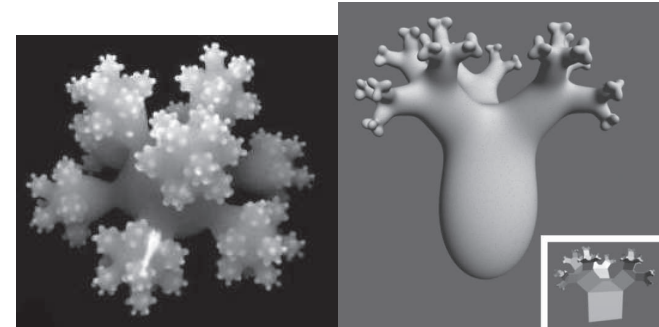
© Matlab

Modélisation 3D

Implicite : Paramétriques

- Analytique
 - Splines
 - RBF

Nécessite une minimisation, pas de contrôle direct $\Rightarrow$ Médical.



[Sherstyuk, 98]

[Turk, O'Brien, SIGGRAPH 02]

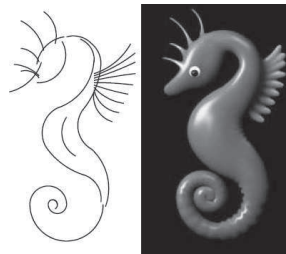
Modélisation 3D

Implicite : Paramétrique

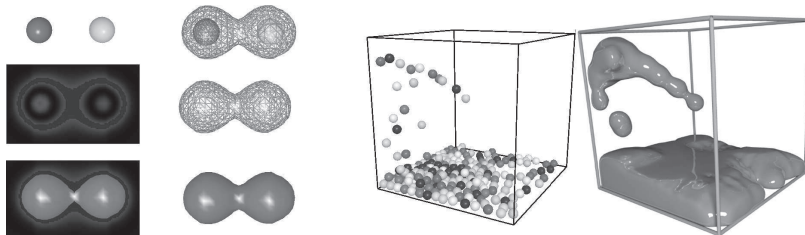
■ Squelettes

- Blobs $\phi_i = e^{-a\|x - x_i\|^2}$
- Metaballs $\phi_i = \sum_k a_k \|x - x_i\|^k$
- Convolution $\phi_i = \int \omega(y) h(\|x - y\|) dy$

Contrôle directe, méthode manuelle
 $\Rightarrow$ Graphique.



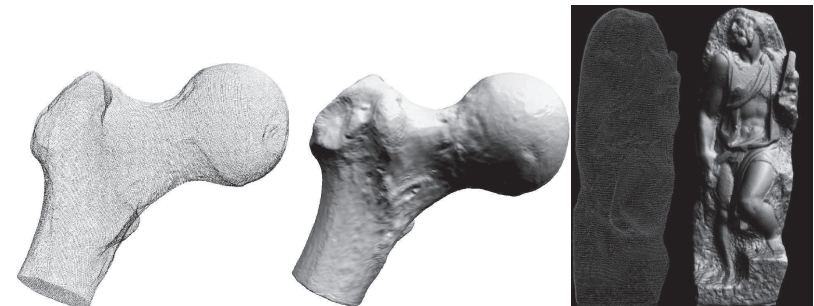
[Sherstyuk, 98-99]



Modélisation 3D

Implicite : Point-sets

Point-sets = On ne traite en entrée que des positions discrètes de l'espace p_i (et des normales).
 $\Rightarrow$ Données scanners.



[Boubekeur]

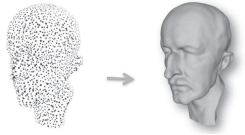
Modélisation 3D

Implicite : Point-sets

Moving Least Squares (MLS) :

- But : Trouver f fonction lisse tel que

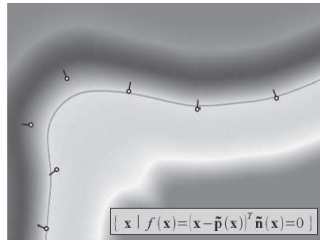
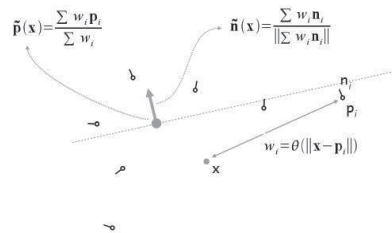
$$f = \operatorname{argmin} \left(\sum_i w_i (\|p_i - x\|) (f(p_i) - f(x))^2 \right)$$



[Gross]

- + Fonctions lisses approximantes
- Minimisation

Application : Données bruitées.



[Alexa]

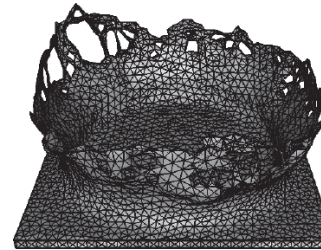
Modélisation 3D

Implicite vs Explicite

- + Topologie arbitraire
- + Mélange de formes
- Manipulation
- Cout en mémoire
- Rendu + cout en temps
- Détails



Hornus, Angelidis, Cani, Vis. Comp. 03



[Broshu, Batty, Bridson, SCA 09]



[Ohtake, Belyaev, Alexa, Turk, Seidel, SIGGRAPH 03]

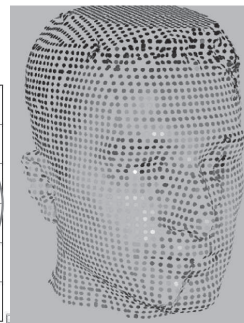
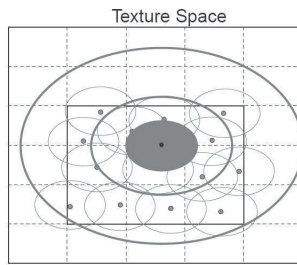
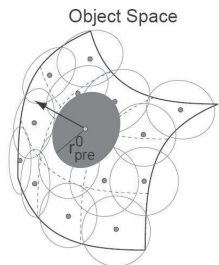
Modélisation 3D

Implicite : Point-sets

Surfels

- But : Afficher une surface continue à partir de morceaux simples
- + Affichage rapide
- Pas de surface sous-jacente

Application : Grande masse de données.

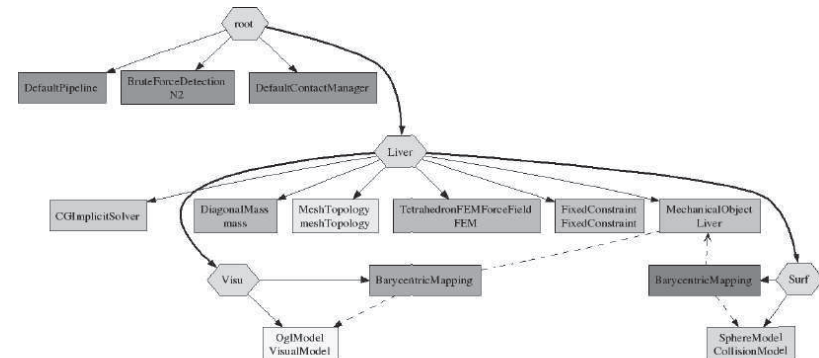


[Pfister, Zwicker, van Baar, Gross, SIGGRAPH 00]

[Zwicker]

Modélisation 3D

Interactions



SOFA, INRIA

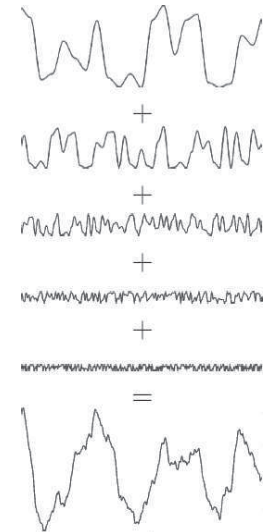
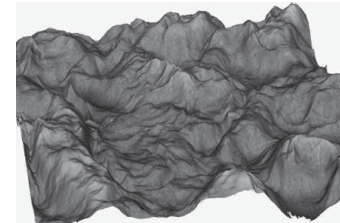
Modélisation 3D

Fractales

ex. Bruit de Perlin.

$$f(x) = \sum_{k=0}^N \frac{f(a^k x)}{b_k}$$

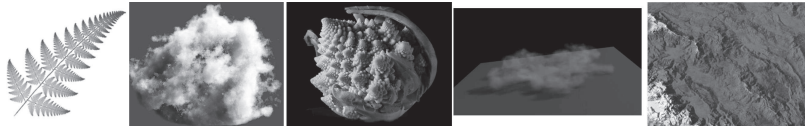
- N : octaves
- a : fréquence
- 1/b : persistance



Fractales

- Principe : Déformations récursives convergeant vers un objet complexe.
- Utilité : Modélisation d'**objet complexes** à partir de **règles simples** et peu nombreuses.

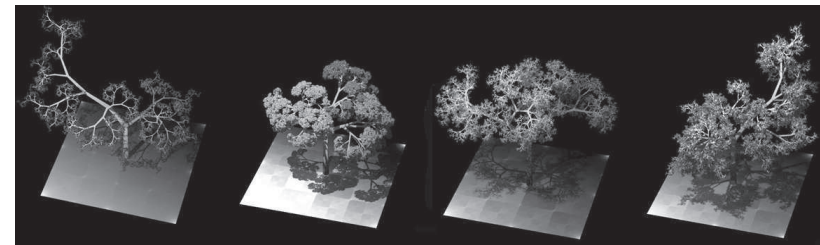
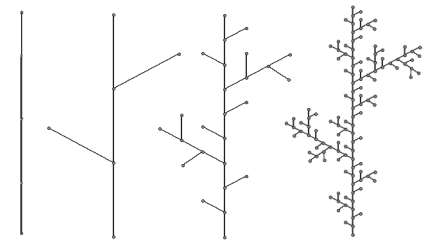
Application : Graphique (modélisation procédurale).



Fractales

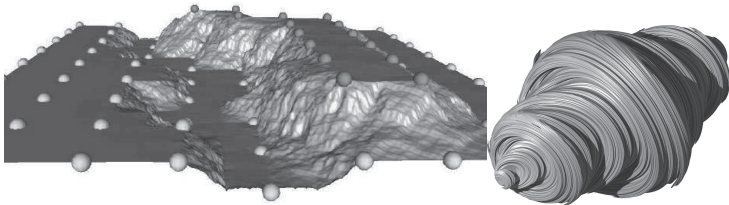
ex. L-System.

Grammaire :
 $F[+F]F[-F]F, \theta = 60^\circ$



Fractales : Conclusion

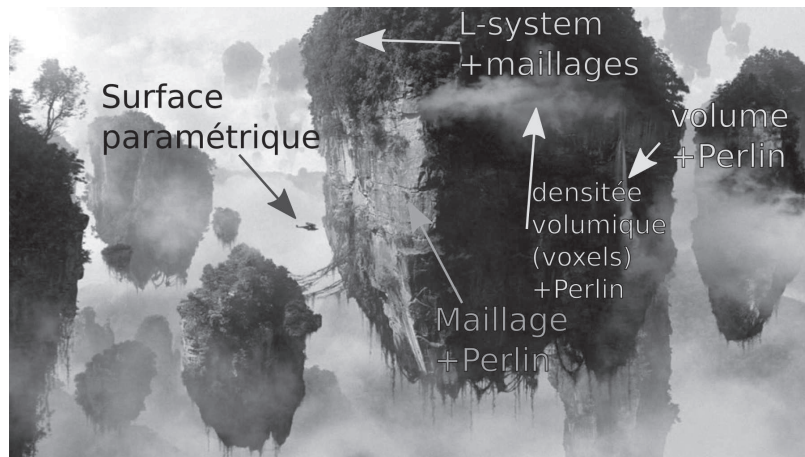
- + Objets complexes à partir de règles simples
- + Aspect naturel
- Contrôle



[Hnaidi, Guérin, Akkouche, Fractals 10]

Modélisation 3D

Modélisation



© Avatar

Modélisation 3D